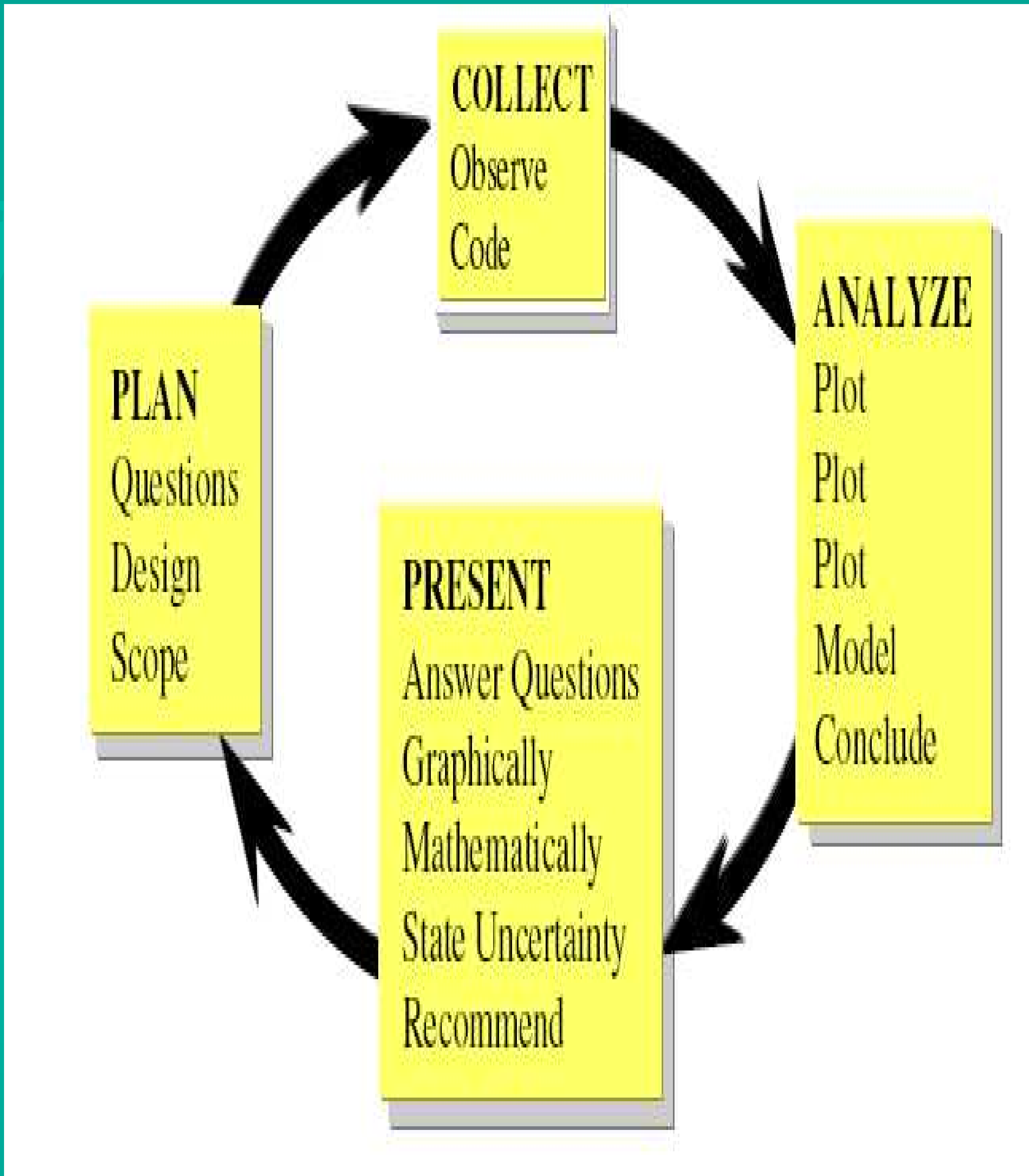
EXPERIMENT DESIGN

- HOTNIAR SIRINGORINGO
- LEMBAGA PENELITIAN
- KAMPUS D GD 4 LT. 1
- JL. MARGONDA RAYA NO. 100 DEPOK
- hotniars@staff.gunadarma.ac.id
- hotniarsiringoringo@yahoo.com
- siringoringoniar@gmail.com
- http://staffsite.gunadarma.ac.id/hotniars

Siklus Percobaan



TYPE OF EFFECTS

A factor might be called a set of random effects if the levels of that factor are a random sample from a population of such levels.

- A factor is called a set of fixed effects if the levels of that factor are selected by some nonrandom process.

Type of treatments:

- Controls, standards, checks, or other item that may be used in points of reference in an experiment or an investagation
- Discrete level of factors or variables (qualitative factors). E.g. types of machine, number of times of….., date of…..
- Continuous level of factors or variables (quantitative factors), e.g. temperature, humidity, height, etc.

- Mixtures of k of v factors with the proportion of each factor being specified by experimenter or by the nature of the phenomenon under study and with there being one level for each factor in many cases.

- Combination of two or more of the type of treatments above.

TYPES OF MODELS

- Fixed effects model: A model is called a fixed effects model if all of the factors in the model are fixed effects and it involves only one variance component.

- Random effects model: A model is called a random effects model if all of the factors in the model are random effects.

- Mixed effects model: A model is called a mixed effects model if some of the factors in the model are fixed effects and some are random effects or if all of the factors in the model are fixed effects and there is more than one variance component in the model.

- Note: Most designs are mixed! Only a few designs; completely randomized designs: e.g. one-way, factorials, response surface) might be considered fixed.

- Design issue : Should take sources of variation into consideration as fixed, random or residual effects!

Most designs involve 2 or more factors.

Generally two types of factors in an experiment:

1. Treatment structure: consists of those factors that the experimenter has selected to study; e.g. diets, drugs, gender
2. Design structure: consists of grouping of the experimental units into homogeneous groups or blocks; e.g. pens, litters, days (of assay), animals (repeated measures)

Experimental design: Factorial Experiments – 1. Single factor

- Experimental design
  - Multiple "treatments" or "variables"
  - Multiple replicates of each treatment
- Statistical Analysis
  - One-way ANOVA – are any treatments different?
  - Bonferroni t-tests – identify which treatments are different

Typical modeling asumption:

1. The elements of the design structure are random effects.
2. There is no interaction among elements of the design structure and elements of the treatment structure.

These assumptions aid in constructing an appropriate model.

ONE WAY ANOVA

- The observed response from each treatments : random variable.
- Model:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, n \end{cases}$$

Y_{ij}= observasi ke ij

μ=parameter umum utk semua perlakuan (rata-rata umum)

τ_i=pengaruh perlakuan

ε_{ij}=random error componen

- COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN
- THE FIXED EFFECT MODEL
- Perlakuan ditentukan oleh peneliti τi adalah deviasi dari rata-rata keseluruhan. Hasil penelitian tidak berlaku umum

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$$

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \; ; \; \bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n}$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}, \qquad \bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$$

- $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \ldots = \tau_a = 0$
- $H_1 : \tau_i \neq 0$ untuk paling tidak satu I

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{treatments} = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$SS_E = SS_T - SS_{treatments}$

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	Mean square	F_0
Between treatments	$SS_{treatments}$	a-1	$\frac{SS_{treatements}}{a}$	
Error (within treatments)	SS_E	N-a	$\frac{SS_E}{(N-a)}$	$\frac{MS_{treatements}}{MS_E}$
Total	SS_T	N-1		

Contoh ANOVA satu arah
Faktor : temperatur
Variabel random : kecepatan peleburan (menit)

Pengamatan	Temperatur (^{0}C)			
	500	750	1000	1250
1	75	60	50	30
2	72	60	49	29
3	70	62	48	28
4	73	63	49	29
5	75	61	47	30
6	73	61	50	31

Penga-matan	Temperatur (^{0}C)				Total
	500	750	1000	1250	
1	75	60	50	30	
2	72	60	49	29	
3	70	62	48	28	
4	73	63	49	29	
5	75	61	47	30	
6	73	61	50	31	
$Y_{i..}$	438	367	293	177	1275

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$=(75)^2+(72)^2+(70)^2+(73)^2+(72)^2+(73)^2+(60)^2+(60)^2+(62)^2+\ldots+(31)^2 -(1275)^2/24 = 73989-67734.375 = 6254.625$

$$SS_{treatments} = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$= ((438)^2+(367)^2+(293)^2+(177)^2)/6-(1275)^2/24$

$= 73951.67-67734.375 = 6217.292$

$SS_E = SS_T - SS_{treatments} = 37.333$

Tabel analisis sidik ragam

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	Mean square	F_0
Temperatur	6217.292	4-1=3	$\frac{6217.292}{3} = 2072.431$	$\frac{2072.431}{1.86665} = 1110.241$
Kesalahan	37.333	24-4=20	$\frac{37.333}{20} = 1.86665$	
Total	6254.625	24-1=23		

Bandingkan F_0 dengan F_{tabel} untuk taraf nyata 5% atau 10%

Contoh

Ulangan				Ulangan			
	1	2	3		1	2	3
1	3.45	4.14	5.80	10	4.44	4.75	6.20
2	3.36	4.19	5.23	11	4.96	4.53	6.03
3	4.07	4.38	5.48	12	4.44	4.08	6.38
4	3.52	4.26	4.85	13	4.08	3.94	5.14
5	4.20	4.26	5.67	14	3.65	4.08	4.49
6	3.68	4.37	5.58	15	4.30	4.53	5.14
7	4.80	5.22	6.21	16	4.04	4.08	4.49
8	4.40	4.70	5.88	17	4.17	4.86	4.85
9	4.52	5.17	6.25	18	3.88	4.48	4.90
Total					73.96	80.0 2	98.57

THE RANDOM EFFECTS MODEL

- hasil percobaan berlaku umum untuk populasi

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	Mean square	F_0
Between treatments	$SS_{treatments}$	a-1	$\sigma^2 + n\sigma_\tau^2$	$MS_{treatments}/MS_E$
Error	SS_E	N-a	σ^2	
Total	SS_T	N-1		

contoh

Suatu perusahaan tekstil memproduksi benang dalam gulungan besar. Diinginkan gulungan benang homogen sehingga diperoleh didapatkan benang dengan kekuatan seragam. Manajer produksi menduga, selain variasi yang umum di antara sampel dari gulungan yang sama, ditemukan juga variasi kekuatan antara gulungan benang. Untuk mengetahuinya, manajer produksi memilih empat gulungan benang secara acak. Dilakukan pengukuran kekuatan sebanyak empat ulangan dari setiap gulungannya. Data kekuatan yang diukur ditunjukkan Tabel berikut:

Tabel kekuatan benang

	Pengamatan				
Gulungan	1	2	3	4	Total
1	98	97	99	96	390
2	91	90	93	92	366
3	96	95	97	95	383
4	95	96	99	98	388

Analisis Sidik Ragam

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	Mean square	F_0
Gulungan benang	89.19	3	29.73	15.68
Error	22.75	12	1.90	
Total	111.94	15		

Signifikan pada taraf nyata 5%

RANDOMIZED BLOCK DESIGN

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom
treatments	$\sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$	a-1
Blocks	$\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$	b-1
Error	$SS_T - SS_{treatments} - SS_{blocks}$	(a-1)(b-1)
Total	$\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y})^2$	N-1

- Seorang mahasiswa teknik industri membuat percobaan lama fokus mata. Dia tertarik akan pengaruh jarak dari mata terhadap lama fokus. Emoat cara berbeda dipilih, yaitu 4, 6, 8, dan 10 meter. Digunakan lima orang sebagai percobaan. Lama waktu fokus mata adalah:

Jarak	subjek				
	1	2	3	4	5
4	10	6	6	6	6
6	7	6	6	1	6
8	5	3	3	2	5
10	6	4	4	2	3

- Penyelesaian:

Jarak	subjek					$y_{i.}$
	1	2	3	4	5	
4	10	6	6	6	6	34
6	7	6	6	1	6	26
8	5	3	3	2	5	18
10	6	4	4	2	3	19
$y_{.j}$	28	19	19	11	20	97

$$\frac{(34)^2}{5}+\frac{(26)^2}{5}+\frac{(18)^2}{5}+\frac{(19)^2}{5}-\frac{(97)^2}{20}=503.4-470.45=32.95$$

$$\frac{(28)^2}{4}+\frac{(19)^2}{4}+\frac{(19)^2}{4}+\frac{(11)^2}{4}+\frac{(20)^2}{4}-\frac{(97)^2}{20}=506.75-470.45=36.3$$

$$\bar{y}=\frac{97}{20}=4.85$$

$$(10-4.85)^2+(6-4.85)^2+(6-4.85)^2+(6-4.85)^2+(6-4.85)^2+(7-4.85)^2+$$
$$(6-4.85)^2+(6-4.85)^2+(1-4.85)^2+(6-4.85)^2+(5-4.85)^2+(3-4.85)^2+(3-4.85)^2+$$
$$(2-4.85)^2+(5-4.85)^2+(6-4.85)^2+(4-4.85)^2$$
$$+(4-4.85)^2+(2-4.85)^2+(3-4.85)^2=84.55$$

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	MSE	F_0
Jarak	32.95	3	10.983	$\frac{10.983}{1.275}=8.6141$
Blocks (subjek)	36.3	4	9.075	
Error	15.3	12	1.275	
Total	84.55	19		

The Latin Square Design

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	Mean square	F_0
Treatments	$\sum_{j=1}^{p} \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1	$\frac{SS_{treatment}}{(p-1)}$	$\frac{MS_{treatment}}{MS_E}$
Rows	$\sum_{i=1}^{p} \frac{y_{i..}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1	$\frac{SS_{rows}}{p-1}$	
Columns	$\sum_{k=1}^{p} \frac{y_{..k}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1	$\frac{SS_{columns}}{p-1}$	
Error	$SS_T - SS_{treatments} - SS_{rows} - SS_{columns}$	(p-2)(p-1)	$\frac{SS_E}{(p-1)(p-1)}$	
Total	$\sum \sum \sum y_{ijk}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$	p^2 -1		

Contoh :

Pengaruh lima katalis berbeda (A, B, C, D, dan E) pada waktu reaksi proses kimia sedang dipelajari. Setiap batch bahan baru hanya cukup untuk lima kali percobaan. Setiap percobaan butuh waktu 90 menit, sehingga hanya lima percobaan dalam satu hari yang bisa dilakukan. Peneliti memutuskan melakukan percobaan sebagai latin square, sehingga hari dan batch dapat dikontrol secara sistematis. Data hasil percobaan ditunjukkan tabel berikut:

Batch	Hari				
	1	2	3	4	5
1	A=8	B=7	D=1	C=7	E=3
2	C=11	E=2	A=7	D=3	B=8
3	B=4	A=9	C=10	E=1	D=5
4	D=6	C=8	E=6	B=6	A=10
5	E=4	D=2	B=3	A=8	C=8

Penyelesaian:

Batch	Hari					$y_{i..}$
	1	2	3	4	5	
1	A=8	B=7	D=1	C=7	E=3	26
2	C=11	E=2	A=7	D=3	B=8	31
3	B=4	A=9	C=10	E=1	D=5	29
4	D=6	C=8	E=6	B=6	A=10	36
5	E=4	D=2	B=3	A=8	C=8	25
$y_{..k}$	33	28	27	25	34	147

Total perlakuan:

A = 42; B = 28; C = 44; D = 17; E = 16

$$SS_T = \left(8^2\right) + \cdots (3)^2 + \left(11^2\right) + \cdots (8)^2 + \left(4^2\right) + \cdots (8)^2 - \frac{(147)^2}{25}$$

$$= 1073 - 864.36 = 208.64$$

$$SS_{catalyst} = \frac{(42)^2}{5} + \frac{(28)^2}{5} + \frac{(44)^2}{5} + \frac{(17)^2}{5} + \frac{(16)^2}{5} - \frac{(147)^2}{25}$$

$$= 1005.8 - 864.36 = 141.44$$

$$SS_{hari} = \frac{(33)^2}{5} + \frac{(28)^2}{5} + \frac{(27)^2}{5} + \frac{(25)^2}{5} + \frac{(34)^2}{5} - \frac{(147)^2}{25}$$

$$= 876.6 - 864.36 = 12.24$$

$$SS_{batch} = \frac{(26)^2}{5} + \frac{(31)^2}{5} + \frac{(29)^2}{5} + \frac{(36)^2}{5} + \frac{(25)^2}{5} - \frac{(147)^2}{25}$$

$$= 879.8 - 864.36 = 15.44$$

$$SS_E = 208.64 - 141.44 - 15.44 - 12.24 = 39.52$$

Source of variation	SS	Df	MS	F_0
catalyst	141.44	4	35.36	10.74
batch	15.44	4	3.86	
hari	12.24	4	3.06	
Error	39.52	(3)(4)=12	3.293	
Total	208.64	24		

The Graeco-Latin Square Design

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom
Latin letter treatments	$SS_L = \sum_{j=1}^{p} \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1
Greek letter treatments	$SS_G = \sum_{k=1}^{p} \frac{y_{..k.}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1
Rows	$SS_{Rows} = \sum_{i=1}^{p} \frac{y_{i...}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N}$	p-1
Columns	$SS_{Columns} = \sum_{l=1}^{p} \frac{y_{...l}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$	p-1
Error	$SS_T - SS_{\text{Latin letter treatments}} - SS_{\text{Greek letter treatments}} - SS_{\text{Rows}} - SS_{\text{columns}}$	(p-3)(p-1)
Total	$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_l y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{N}$	p^2 -1

Seorang teknik industri melakukan percobaan untuk mengetahui pengaruh empat metode perakitan (A, B, C, dan D) pada waktu perakitan komponen televisi. Empat operator dipilih untuk melakukan perakitan. Dia mengetahui bahwa setiap metode perakitan menghasilkan kelelahan, sehingga waktu perakitan periode akhir mungkin lebih besar dibandingkan dengan periode awal, sehingga dianggap ada tren kenaikan waktu perakitan. Disamping itu, dia juga menduga bahwa tempat kerja yang digunakan juga memberikan sumber keragaman lainnya. Fakor keempat, tempat kerja disimbolkan dengan α, β, γ, dan δ. Waktu perakitan terukur adalah sbb:

Urutan perakitan	Operator			
	1	2	3	4
1	Cβ=11	Bγ=10	Dδ=14	Aα=8
2	Bα=8	Cδ=12	Aγ=10	Dβ=12
3	Aδ=9	Dα=11	Bβ=7	Cγ=15
4	Dγ=9	Aβ=8	Cα=18	Bδ=6

Penyelesaiaan

Urutan perakitan	Operator				$y_{i\ldots}$
	1	2	3	4	
1	Cβ=11	Bγ=10	Dδ=14	Aα=8	43
2	Bα=8	Cδ=12	Aγ=10	Dβ=12	42
3	Aδ=9	Dα=11	Bβ=7	Cγ=15	42
4	Dγ=9	Aβ=8	Cα=18	Bδ=6	41
$y_{\ldots l}$	37	41	49	41	168

$y_{.k.}$: α=45; β=38; γ=44; δ=41

$y_{..j.}$: A=35; B=31; C=56; D=46

$$SS_L = \sum_{j=1}^{p} \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N} = \frac{(35)^2 + (31)^2 + (56)^2 + (46)^2}{4} - \frac{(168)^2}{16} = 95.5$$

$$SS_G = \sum_{k=1}^{p} \frac{y_{..k.}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N} = \frac{(45)^2 + (38)^2 + (44)^2 + (41)^2}{4} - \frac{(168)^2}{16} = 7.5$$

$$SS_{Rows} = \sum_{i=1}^{p} \frac{y_{i...}^2}{p} - \frac{y_{..}^2}{N} = \frac{(43)^2 + (42)^2 + (42)^2 + (41)^2}{4} - \frac{(168)^2}{16} = 0.5$$

$$SS_{Columns} = \sum_{l=1}^{p} \frac{y_{...l}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N} = \frac{(37)^2 + (41)^2 + (49)^2 + (41)^2}{4} - \frac{(168)^2}{16} = 19$$

$$\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{N} = 11^2 + 10^2 + 14^2 + \ldots + 6^2 - \frac{(168)^2}{16} = 150$$

SV	SS	df	MS	F_0
Latin letter treatments	95.5	3	31.83	
Greek letter treatments	7.5	3		
Rows	0.5	3		
Columns	19	3		
Error	27.5	3	9.17	
Total	150	15		

INCOMPLETE BLOCK DESIGNS

Balance incomplete block design

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	MSE	F_0
treatments	$\frac{k \sum Q_i^2}{\lambda a}$	a-1	$\frac{SS_{treatments(adj)}}{a-1}$	$\frac{MS_{treatments\,(adj)}}{MS_E}$
Blocks	$\sum \frac{y_{.j}^2}{k} - \frac{y_{..}^2}{N}$	b-1	$\frac{SS_{blocks}}{b-1}$	
Error		(a-1)(b-1)	$\frac{SS_E}{N-a-b+1}$	
Total	$\sum\sum y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$	N-1		

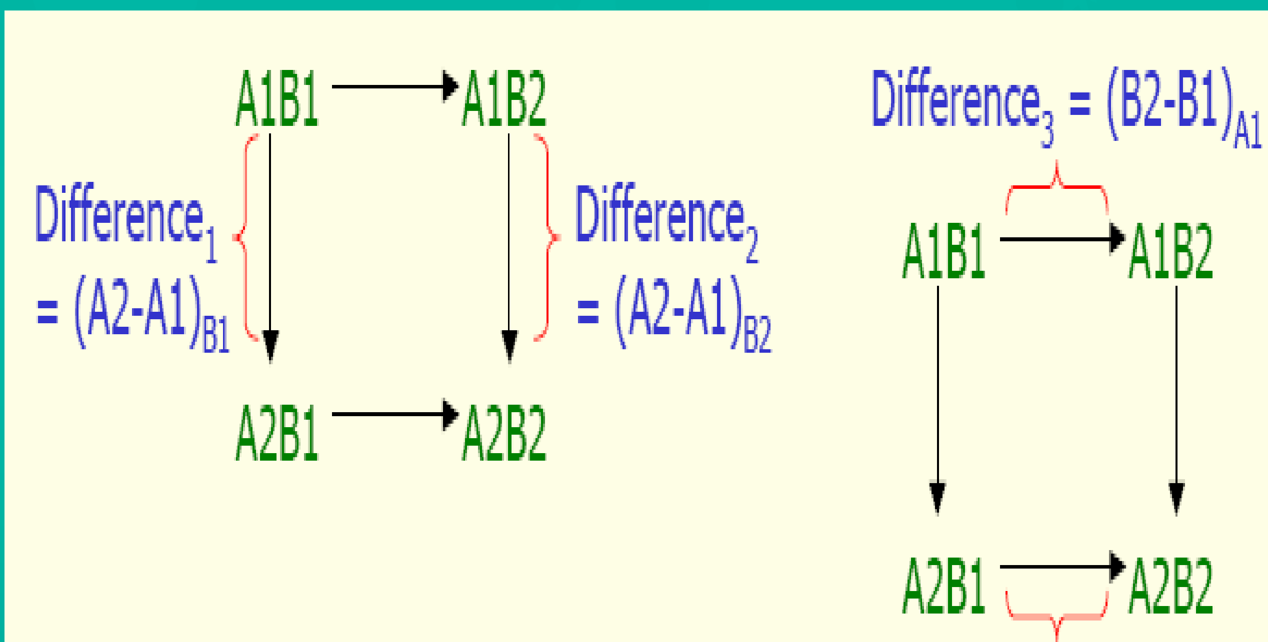
Partially Balance incomplete block design with 2 associate classess

Source of variation	Sum of square	Degrees of freedom	MSE	F_0
Treatments (adj)	$\sum_{i=1}^{a} \hat{\tau}_i Q_i$	a-1	$\frac{SS_{treatments(adj)}}{a-1}$	$\frac{MS_{treatments\,(adj)}}{MS_E}$
Blocks	$\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{b} y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{bk}$	b-1	$\frac{SS_{blocks}}{b-1}$	
Error		bk-b-a+1	$\frac{SS_E}{bk-b-a+1}$	
Total	$\sum\sum y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{bk}$	bk-1		

- Youden Squares : incomplete latin square design (columns≠rows)
- Lattice design: a balanced incomplete block design with k^2 treatments arranged in $b=k(k+1)$ blocks with k runs per block and $r=k+1$ replicates

FACTORIAL EXPERIMENT

- Two factors A and B
- Two levels per factor
  - A1, A2 (e.g. AC and without AC)
  - B1, B2 (e.g. 60 db vs. 70 db)
- Four different “treatment” combinations: A1B1, A1B2, A2B1, A2B2 Main effect of A = 0.5 (Difference1+ Difference2)



- Main effect of B = 0.5 (Difference3+ Difference3)
- Interaction = Difference1 – Difference2 = Difference3 – Difference4

1. Two-way classification analysis of variance

   a. Fixed Effects Model

$$SS_A = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn} \qquad SS_B = \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_{subtotals} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_{AB} = SS_{subtotals} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_E = SS_{total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$

SV	SS	df	MSE	F_0
A treatments		a-1		
B treatments		b-1		
interaction		(a-1)(b-1)		
Error		ab(n-1)		
Total		abn-1		

Contoh:

Voltase output maksimum tipe baterai tertentu dipengaruhi oleh material pembentuk baterai dan suhu ruangan dimana baterai digunakan. Empat ulangan diujicobakan di dalam laboratorium dengan 3 level material dan 3 level suhu. Voltase baterai diukur pada setiap kombinasi perlakuan dan ulangan, seperti yang ditunjukkan tabel berikut:

Tipe material	Suhu (^{0}F)					
	50		65		80	
1	130	155	34	40	20	70
	74	180	80	75	82	58
2	150	188	136	122	25	70
	159	126	106	115	58	45
3	130	110	174	120	96	104
	168	160	150	139	82	60

Penyelesaian

Tipe material	Suhu (^{0}F)						
	50		65		80		$y_{i..}$
1	130	155	34	40	20	70	998
	74	180	80	75	82	58	
2	150	188	136	122	25	70	1300
	159	126	106	115	58	45	
3	130	110	174	120	96	104	1501
	168	160	150	139	82	60	
$y_{.j.}$	1738		1291		770		3799

$$SS_{Total} = (130)^2 + (155)^2 + \cdots + (60)^2 - \frac{(3799)^2}{36} = 77646.96$$

$$SS_{material} = \frac{(998)^2 + (1300)^2 + (1501)^2}{3 \times 4} - \frac{(3799)^2}{36} = 10683.72$$

$$SS_{suhu} = \frac{(1738)^2 + (1291)^2 + (770)^2}{3 \times 4} - \frac{(3799)^2}{36} = 39118.72$$

$$SS_{interak} = \frac{(539)^2 + (229)^2 + \cdots + (342)^2}{4} - \frac{(3799)^2}{36} - 10683.72 - 39118.72 = 9613.77$$

$$SS_E = 77646.96 - 10683.72 - 39118.72 - 9613.77 = 18230.75$$

$H_{0material}$: Tidak ada pengaruh material terhadap kekuatan voltase yang dihasilkan baterai.

H_{0suhu} : Tidak ada pengaruh suhu terhadap kekuatan voltase yang dihasilkan baterai.

suhu $H_{0interaksi}$: Tidak ada pengaruh interaksi material dan suhu terhadap kekuatan voltase yang dihasilkan baterai.

SV	SS	df	MSE	F_0
Material	10683.72	2	5341.86	7.91
suhu	39118.72	2	19558.36	28.91
interaksi	9613.77	4	2403.44	3.56
Galat	18230.75	27	675.21	
Total	77646.96	35		

Kesimpulan: tolak H_{0suhu}, $H_{0material}$, $H_{0interaksi}$. Ada pengaruh suhu, material, dan interaksi suhu dan material terhadap voltase baterai.

RANDOM EFFECT MODEL

$H_0 : \sigma_{\tau\beta} = 0$

SV	SS	df	MSE	F_0
A treatments		a-1		$\frac{MS_A}{MS_{AB}}$
B treatments		b-1		$\frac{MS_B}{MS_{AB}}$
interaction		(a-1)(b-1)		$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error		ab(n-1)		
Total		abn-1		

Contoh:

SV	SS	df	MSE	F_0
Material	10683.72	2	5341.86	2.22
suhu	39118.72	2	19558.36	8.13
interaksi	9613.77	4	2403.44	3.56
Galat	18230.75	27	675.21	
Total	77646.96	35		

Mixed Model

$H_0 : \tau_I = 0$ (fixed effect)

$H_0 : \sigma_\beta^2 = 0$ (random effect)

$H_0 : \sigma_{\tau\beta}^2 = 0$ (random effect, interaction)

SV	SS	df	MSE	F_0
A treatments		a-1		$\frac{MS_A}{MS_{AB}}$
B treatments		b-1		$\frac{MS_B}{MS_E}$
interaction		(a-1)(b-1)		$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error		ab(n-1)		
Total		abn-1		

Contoh

Percobaan dilaksanakan untuk mempelajari pengaruh suhu operasi dan 3 tipe gelas permukaan dalam menghasilkan sinar. Suhu operasi dipilih secara acak dan tipe gelas adalah fixed. Kesimpulan apa yang bisa ditarik dari percobaan tersebut?

Tipe gelas	Suhu		
	100	125	150
1	580	1090	1392
	568	1087	1380
	570	1085	1386
2	550	1070	1328
	530	1035	1312
	579	1000	1299
3	546	1045	867
	575	1053	904
	599	1066	889

Penyelesaian

SV	SS	df	MSE	F_0
Suhu	1970334.519	2	98516 7.259	13.563
Tipe gelas	150864.519	2	75432 .259	1.038
interaksi	290551.704	4	72637 .926	198.726
Error		18		
Total		26		

Kesimpulan:

Tolak H_0 interaksi pada taraf nyata 0% dan suhu pada 10%, terima H_0 tipe gelas.

Ada pengaruh interaksi suhu dan tipe gelas pada kekuatan sinar yang dihasilkan yang sangat kuat, dan pengaruh suhu pada kekuatan sinar yang dihasikan. Tidak ada pengaruh signifikan tipe gelas terhadap kekuatan sinar yang dihasilkan

GENERAL FACTORIAL

SV	SS	df	MSE	F_0
A		a-1		$\frac{MS_A}{MS_E}$
B		b-1		$\frac{MS_B}{MS_E}$
C		C-1		$\frac{MS_C}{MS_E}$
AB		(a-1)(b-1)		$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
AC		(a-1)(c-1)		$\frac{MS_{AC}}{MS_E}$
BC		(b-1)(c-1)		$\frac{MS_{BC}}{MS_E}$
ABC		(a-1)(b-1)(c-1)		$\frac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Error		abc(n-1)		
Total		abcn-1		

H_0 : Tidak ada pengaruh faktor A pada response
Tidak ada pengaruh faktor B pada response
Tidak ada pengaruh faktor C pada response
Tidak ada pengaruh interaksi faktor AB pada response
Tidak ada pengaruh interaksi faktor AC pada response
Tidak ada pengaruh interaksi faktor BC pada response
Tidak ada pengaruh interaksi faktor ABC pada response

Contoh

Persentase konsentrasi *hardwood* dalam bubur kertas, tekanan pada tabung, dan waktu pemasakan bubur sedang dipelajari pengaruhnya pada kekuatan kertas yang dihasilkan. Tiga level masing-masing konsentrasi *hardwood* dan tekanan, dan 2 level waktu pemasakan diujicobakan. Level perlakuan adalah tetap (fixed). Dilakukan 2 kali ulangan. Kekuatan kertas yang dihasilkan adalah:

% konsen trasi hard-wood	Waktu masak 3 jam			Waktu masak 4 jam		
	Tekanan			Tekanan		
	400	500	650	400	500	650
2	196.6	197.7	199.8	198.4	199.6	200.6
	196.0	196.0	199.4	198.6	200.4	200.9
4	198.5	196.0	198.4	197.5	198.7	199.6
	197.2	196.9	197.6	198.1	198.0	199
8	197.5	195.6	197.4	197.6	197.0	198.5
	196.6	196.2	198.1	198.4	197.8	199.8

Penyelesaian

SV	SS	df	MSE	F_0
Konsentrasi	7.461	2	3.730	10.566
Waktu	19.803	1	19.803	56.089
Tekanan	19.096	2	9.548	27.043
Konsentrasi*waktu	2.152	2	1.076	3.047
Konsentrasi*tekanan	6.374	4	1.594	4.514
Waktu*tekanan	2.340	2	1.170	3.314
Konsentrasi*tekanan* waktu	1.943	4	0.486	1.376
Error	6.355	18	0.353	
Total	1412320.470	36		

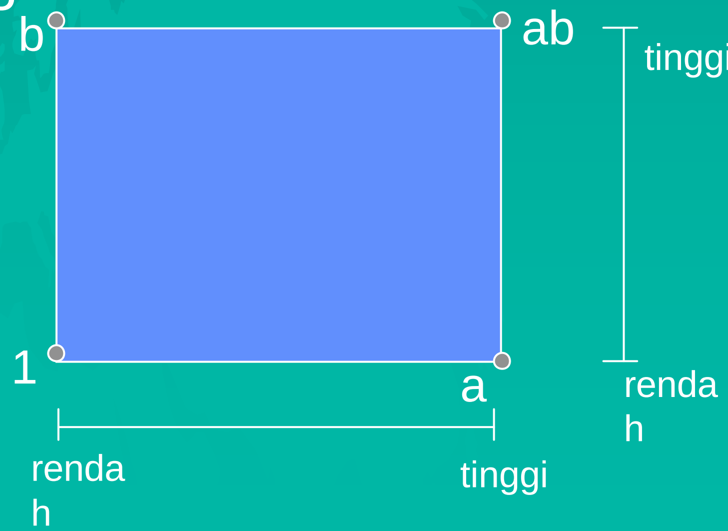
Kesimpulan: Tolak H_0 pada taraf nyata 1% (konsentrasi), 0% (waktu dan tekanan), terima H_0 untuk semua interaksi

Rancangan Faktorial 2^k dan 3^k

2^k factorial design: k faktor dengan 2 level perlakuan.

Level : rendah dan tinggi.

Kombinasi perlakuan	Konvensi
rendah-rendah	1
Tinggi-rendah	a
Rendah-tinggi	b
Tinggi-tinggi	ab



2 faktor, A dan B : 2^2

Pengaruh rata-rata faktor A pada level rendah dan tinggi faktor B adalah:

$$A = \frac{1}{2n}\{[ab-b]+[a-(1)]\} = \frac{1}{2n}[ab+a-b-(1)]$$

Pengaruh rata-rata faktor B pada level rendah dan tinggi faktor A adalah:

$$B = \frac{1}{2n}\{[ab-a]+[b-(1)]\} = \frac{1}{2n}[ab+b-a-(1)]$$

Pengaruh interaksi faktor AB sebagai perbedaan rata-rata antara pengaruh A pada level rendah dan tinggi faktor B adalah:

$$AB = \frac{1}{2n}\{[ab-b]-[a-(1)]\} = \frac{1}{2n}[ab+(1)-a-b]$$

$$Contrast_A = ab + a - b - (1)$$

$$SS_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{n \times 4} \qquad SS_B = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{n \times 4}$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{n \times 4} \qquad SS_T = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{4n}$$

	(1)	a	b	ab
A	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1

Tanda aljabar untuk menghitung pengaruh pada desain 2^2

Kombinasi perlakuan	Pengaruh faktorial			
	I	A	B	AB
(1)	+	-	-	+
a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	+	+	+

Desain 2^3 : 3 faktor

Pengaruh rata-rata faktor A adalah:

$$A = \frac{1}{4n}\left[a - (1) + ab - b + ac - c + abc - bc\right] = \frac{1}{4n}\left[a + ab + ac + a - (1) - b - c - bc\right]$$

Pengaruh rata-rata faktor B adalah:

$$B = \frac{1}{4n}\left[b + ab + bc + abc - (1) - a - c - ac\right]$$

Pengaruh rata-rata faktor C adalah:

$$C = \frac{1}{4n}\left[c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab\right]$$

Pengaruh rata-rata interaksi faktor AB adalah:

$$AB = \frac{1}{4n}\left[ab - b - a + (1) + abc - bc - ac + c\right]$$

Pengaruh rata-rata interaksi faktor AC adalah:

$$AC = \frac{1}{4n}\left[(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc\right]$$

Pengaruh rata-rata interaksi faktor BC adalah:

$$BC = \frac{1}{4n}\left[(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc\right]$$

Pengaruh rata-rata interaksi faktor ABC adalah:

$$ABC = \frac{1}{4n}\left\{\left[abc - bc\right] - \left[ac - c\right] - \left[ab - b\right] + \left[a - (1)\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{4n}\left[abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)\right]$$

Tanda aljabar untuk menghitung pengaruh pada desain 2^3

Kombinasi perlakuan	Pengaruh faktorial							
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Desain 2^k tanpa ulangan

- Tanpa ulangan → tidak memungkinkan menghitung galat percobaan (MS_E).
- Asumsikan interaksi yang lebih tinggi diabaikan, dan

  karena semua E(MS) = σ^2, maka semua E(MS) dapat digunakan untuk memperkirakan galat percobaan → desain ini direkomendasikan hanya untuk model paling tidak 2^4.
- Contoh:

  Suatu bahan kimia dipoduksi pada tangki bertekanan. Penelitian dilakukan untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi laju filtrasi. Empat faktor, yaitu suhu (A), tekanan (B), konsentrasi reaktan ©, dan laju pengadukan (D) dengan masing-masing 2 level digunakan. Laju filtrasi tanpa ulangan ditunjukkan tabel berikut:

	A_0				A_1			
	B_0		B_1		B_0		B_1	
	C_0	C_1	C_0	C_1	C_0	C_1	C_0	C_1
D_0	45	68	48	80	71	60	65	65
D_1	43	75	45	70	100	86	104	96

General 2^k

$\text{Contrast}_{AB\ldots K} = (a \pm 1)(b \pm 1)\ldots(k \pm 1)$

Source of variation	Sum Square	Df
k main effects		
A		1
B		1
:		:
K		1
$\binom{k}{2}$ two-factors interactions		1
AB		1
AC		:
:		1
JK		
$\binom{k}{3}$ three-factors inetractions		1
ABC		1
ABD		:
:		1
IJK		
$\binom{k}{k}$ =1 k-factors interaction		
ABC…K		1
Error		$2^k(n-1)$
Total		$N2^k-1$

Penyelesaian

- Asumsikan interaksi 3 faktor dan 4 faktor diabaikan, dan dapat digunakan untuk memperkirakan galat.

SV	Sum Square	Df	Mean Square	F_0
A	1870.56	1	1870.56	73.15
B	39.06	1	39.06	1.53
C	390.06	1	390.06	15.25
D	855.56	1	855.56	33.46
AB	0.06	1	0.06	< 1
AC	1314.06	1	1314.06	51.39
AD	1105.56	1	1105.56	43.24
BC	22.56	1	22.56	< 1
BD	0.56	1	0.56	< 1
CD	5.06	1	5.06	< 1
Error	127.84	5	25.57	
Total	5730.94	15		

Desain Faktorial 3^k

		Faktor A		
		Rendah	sedang	tinggi
		0	1	2
Faktor A	rendah 0	00	10	20
	sedang 1	01	11	21
	tinggi 2	02	12	22

Kombinasi perlakuan desain 3^2

Dr. Hotniar Siringoringo

contoh

- Suatu percobaan dilakukan untuk mempelajari pengaruh tipe botol (A), tipe rak (B), dan operator (C). Masing-masing faktor terdiri dari 3 level, dengan 2 ulangan. Respons yang diukur adalah waktu penyimpanan, dan hasil percobaan ditunjukkan tabel di bawah.

	Ulangan 1			Ulangan 2		
Opera-tor	Tipe botol	Perma-nen	Pendi-ngin	Tipe botol	Perma-nen	Pendi-ngin
1	Plastik	3.45	4.14	3.36	4.19	5.23
	28 mm	4.07	4.38	3.52	4.26	4.85
	38 mm	4.20	4.26	3.68	4.37	5.58
2	Plastik	4.80	5.22	4.40	4.70	5.88
	28 mm	4.52	5.15	4.44	4.65	6.20
	38 mm	4.96	5.17	4.39	4.75	6.38
3	Plastik	4.08	3.94	3.65	4.08	4.49
	28 mm	4.30	4.53	4.04	4.08	4.59
	38 mm	4.17	4.86	3.88	4.48	4.90

Penyelesaian

SV	SS	Df	MS	F_0
Operator	7.686	2	3.843	10.463
Tipe botol	0.420	2		
Tipe rak	17.770	2	8.885	
Operator*tipe botol	0.108	4	0.27	
Operator*tipe rak	1.640	4	0.410	
Tipe botol*tipe rak	0.109	4	0.27	
Operator*tipe botol*tipe rak	0.558	8	0.70	
Error		5		
Total		15		

CONFOUNDING

Blok dalam desain faktorial

CONFOUNDING DALAM DESAIN 2^k

Let k=2 and 2 blocks

Blok 1	Blok 2
(1)	a
ab	b

Pengaruh utama A dan B:

$$A = \frac{1}{2}[ab + a - b - (1)] \qquad B = \frac{1}{2}[ab + b - a - (1)]$$

$$AB = \frac{1}{2}[ab + (1) - a - b]$$

Kombinasi perlakuan	Pengaruh faktorial			
	I	A	B	AB
(1)	+	-	-	+
a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	+	+	+

Kombinasi perlakuan	Pengaruh faktorial							
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	-		-	-	+	+	-
a	+	+		-	-	-	+	+
b	+	-		+	-	+	-	+
ab	+	+		+	-	-	-	-
c	+	-		-	+	-	-	+
ac	+	+		-	+	+	-	-
bc	+	-		+	+	-	+	-
abc	+	+		+	+	+	+	+

IN THE CONTEXT OF A MICROARRAY EXPERIMENT

A, B, & C: 3 different treatments (experimental conditions)

Dr. Hotniar Siringoringo

Dr. Hotniar Siringoringo

Dr. Hotniar Siringoringo

Dr. Hotniar Siringoringo

Dr. Hotniar Siringoringo